

## ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОТОКА В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ СВОБODНОВИХРЕВОГО НАСОСА

Ковалев Н.А., Косторной С.Д., Баранова И.В.

С созданием и развитием ЭВМ получили широкое распространение различные методы численного моделирования трехмерного течения жидкости в проточной части гидромашин. Возможность получения расчетным путем гидродинамических характеристик гидромашин существенно повышает оперативность проводимых исследований и удешевляет их, позволяя резко сократить объем экспериментальных работ.

Одним из хорошо развитых и широко используемых методов расчета гидродинамических характеристик различных объектов является метод дискретных вихрей. Он позволяет определять стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные гидродинамические характеристики тел как при безотрывном, так и при отрывном обтекании.

В [1] предложено решение методом дискретных вихрей прямой пространственной задачи в проточной части гидравлической турбины с учетом взаимного влияния всех элементов.

Настоящая работа посвящена разработке алгоритма решения и численной реализации данного подхода применительно к свободновихревым насосам.

### Вычисление скоростей и выполнение граничных условий

В методе дискретных вихрей поверхность обтекаемого тела  $S$  и поверхность вихревых пелен  $\sigma$  моделируются системами вихревых отрезков, а потенциальность поля скоростей вне  $S$  и  $\sigma$  достигается построением гидродинамически замкнутых вихревых систем, в виде замкнутых вихревых рамок, каждая из которых моделирует отдельный захватываемый ею элемент (ячейку) вихревых поверхностей  $S$  и  $\sigma$  (рис.1).

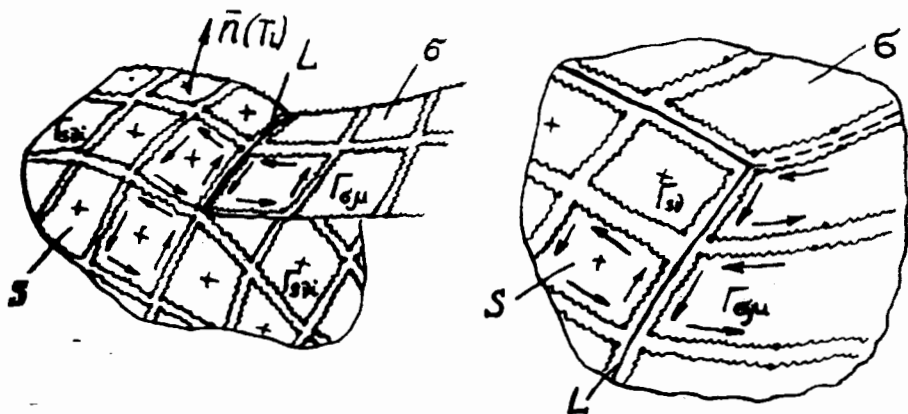


Рис.1. Схема дискретизации обтекаемой поверхности  $S$  и вихревой пелены  $\sigma$ .

Пусть  $N_s$  и  $N_\sigma$  - общее число таких многоугольников на  $S$  и на  $\sigma$  соответственно. Тогда вектор скорости  $\vec{V}(\tau, \vec{r})$  определяется суммированием скоростей от всех этих рамок.

$$\vec{V}(\tau, \vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \left[ \sum_{i=1}^{N_s} \vec{w}_{s/i}(\tau, \vec{r}) * \Gamma_{s/i}(\tau) + \sum_{i=1}^{N_\sigma} \vec{w}_{\sigma/i}(\tau, \vec{r}) * \Gamma_{\sigma/i}(\tau) \right] \quad (1)$$

Здесь скорости  $\vec{w}_{s(\sigma)/i}(\tau, \vec{r})$  вычисляются по формуле Био-Савара

$$\vec{w}_{s(\sigma)/i}(\tau, \vec{r}) = \int_{\Pi_{s(\sigma)/i}} \frac{d\vec{l}(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} \quad (2)$$

в которой  $\Pi_{s(\sigma)/i}$  - периметр вихревой рамки с заданным направлением обхода.

Интегралы в (2) по прямолинейным отрезкам (сторонам рамки) вычисляются, и в этом случае выражение для скорости имеет следующий вид:

$$\vec{w}_{s(\sigma)/i}(\tau, \vec{r}) = \sum_{k=1}^m \frac{(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)(\vec{r}_k - \vec{r})}{(\vec{r}_k - \vec{r})^2(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)^2 - [(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)(\vec{r}_k - \vec{r})]^2} * \left[ \frac{(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)(\vec{r}_k - \vec{r})}{|\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k|} - \frac{(\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k)(\vec{r}_k - \vec{r})}{|\vec{r}_k - \vec{r}|} \right] \quad (3)$$

Здесь  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_m$  ( $\vec{r}_{m+1} \equiv \vec{r}_1$ ) - радиусы-векторы вершин вихревого  $m$ -угольника  $S_i$  ( $\sigma_i$ ).

Если  $S$  расположена в плоскости  $Oxz$  и вихревые рамки на  $S$  представляют собой прямоугольники со сторонами, параллельными осям координат  $M_{1j}(x_{1j}, z_{1j})$ ,  $M_{2j}(x_{2j}, z_{2j})$ ,  $M_{3j}(x_{3j}, z_{3j})$ ,  $M_{4j}(x_{4j}, z_{4j})$  то нормальная скорость в произвольной расчетной точке  $\vec{r}_{oi}(x_{oi}, z_{oi})$  может быть вычислена по формуле:

$$w_{nsj}(\vec{r}_{oi}) = \frac{\sqrt{(x_{oi}-x_{1j})^2+(z_{oi}-z_{1j})^2}}{(x_{oi}-x_{1j})(z_{oi}-z_{1j})} - \frac{\sqrt{(x_{oi}-x_{1j})^2+(z_{oi}-z_{2j})^2}}{(x_{oi}-x_{1j})(z_{oi}-z_{2j})} + \frac{\sqrt{(x_{oi}-x_{2j})^2+(z_{oi}-z_{2j})^2}}{(x_{oi}-x_{2j})(z_{oi}-z_{2j})} - \frac{\sqrt{(x_{oi}-x_{2j})^2+(z_{oi}-z_{1j})^2}}{(x_{oi}-x_{2j})(z_{oi}-z_{1j})} \quad (4)$$

Для вихревого отрезка общего положения с точками  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  на концах проекции индуцируемой им скорости на оси координат в точке  $M(x, y, z)$  вычисляются по следующим формулам:

$$W_{\Gamma x} = ba_x, \quad W_{\Gamma y} = ba_y, \quad W_{\Gamma z} = ba_z \quad (5)$$

где

$$a_x = (y-y_1)(z_2-z_1) - (z-z_1)(y_2-y_1)$$

$$a_y = (z-z_1)(x_2-x_1) - (x-x_1)(z_2-z_1)$$

$$a_z = (x-x_1)(y_2-y_1) - (y-y_1)(x_2-x_1)$$

$$b = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{(x-x_1)(x_2-x_1) + (y-y_1)(y_2-y_1) + (z-z_1)(z_2-z_1)}{r_{o1}} - \frac{(x-x_2)(x_2-x_1) + (y-y_2)(y_2-y_1) + (z-z_2)(z_2-z_1)}{r_{o2}} \right],$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \quad r_{o1} = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}, \\ r_{o2} = \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2},$$

а проекции индуцируемой скорости от вихревой рамки определяются суммированием одноименных составляющих от каждого отрезка рамки. Граничное условие непротекания для расчетных точек  $T_i$  с радиус-векторами  $r_{oi}$  ( $i = 1, 2, \dots, N_s$ ), расположенных в середине вихревой рамки и обозначенных на рис.1 крестиками, записывается следующим образом

$$\vec{V}(\tau, \vec{r}_s) \cdot \vec{n}(\tau, \vec{r}_s) = V_{xi} \cos(n_i, x) + V_{yi} \cos(n_i, y) + V_{zi} \cos(n_i, z) = \\ = 4\pi V_n(\tau, \vec{r}_{oi}) \quad (6)$$

где косинусы углов с осями координат, которые определяют в любой расчетной точке нормаль к плоскости, проходящей через три точки  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ,  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2, z_2)$ , определяются следующими выражениями

$$\cos(n, x) = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}, \quad \cos(n, y) = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}, \quad \cos(n, z) = \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}, \quad (7)$$

$$A = (z_2 - z_0)(y_1 - y_0) - (z_1 - z_0)(y_2 - y_0),$$

$$B = (x_2 - x_0)(z_1 - z_0) - (x_1 - x_0)(z_2 - z_0),$$

$$C = (y_2 - y_0)(x_1 - x_0) - (y_1 - y_0)(x_2 - x_0),$$

$V_n(\tau, \vec{r}_{oi}) = 0$  на неподвижной поверхности  $S$ ,

$V_n(\tau, \vec{r}_{oi}) = \vec{u}(\tau, \vec{r}_s) \cdot \vec{n}(\tau, \vec{r}_s)$  на поверхности, вращающейся с переносной скоростью  $\vec{u}(\tau, \vec{r}_s)$ ,

$V_n(\tau, \vec{r}_{oi}) = V_{BK}(\tau, \vec{r}_{oi})$  или  $C_{BK}(\tau, \vec{r}_{oi})$  во входном и выходном сечениях проточной части.

Если ввести матрицы

$$W_S = \{W_{nsj}(\tau, \vec{r}_{oi})\}, \quad i = \overline{1, N_s}, \quad j = \overline{1, N_s}, \quad (8)$$

$$W_\sigma = \{W_{\sigma sj}(\tau, \vec{r}_{oi})\}, \quad i = \overline{1, N_s}, \quad j = \overline{1, N_\sigma},$$

и векторы

$$\Gamma_S = \begin{pmatrix} \Gamma_{s1} \\ \Gamma_{s2} \\ \dots \\ \Gamma_{sN_s} \end{pmatrix}, \quad \Gamma_\sigma = \begin{pmatrix} \Gamma_{\sigma 1} \\ \Gamma_{\sigma 2} \\ \dots \\ \Gamma_{\sigma N_\sigma} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4\pi W_n^*(\tau, \vec{r}_{o1}) \\ 4\pi W_n^*(\tau, \vec{r}_{o2}) \\ \dots \\ 4\pi W_n^*(\tau, \vec{r}_{oN_s}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

тогда (6) запишется в матричном виде

$$W_S \cdot \Gamma_S + W_\sigma \cdot \Gamma_\sigma = B \quad (10)$$

или в эквивалентном виде

$$W_S \cdot \Gamma_S = B - W_\sigma \cdot \Gamma_\sigma \quad (11)$$

Равенство (11) рассматривается как система линейных алгебраических уравнений и используется для определения циркуляций  $\Gamma_{s1}, \Gamma_{s2}, \dots, \Gamma_{sNs}$  на  $S$ .

Условие Чаплыгина-Жуковского на заданных участках  $L$  выполняется следующим образом. В случае, если  $\sigma$  сходит с поверхности  $S$ , соответствующая циркуляция  $\Gamma_{\sigma\mu}$  принимается равной разности циркуляций соответствующих вихревых рамок, примыкающих к линии схода (рис.1)

$$\Gamma_{\sigma\mu} = \Gamma_{sv1} - \Gamma_{sv2} \quad (12)$$

которые берутся из предыдущего расчетного шага. При сходе  $\sigma$  с кромки  $S$  циркуляции  $\Gamma_{\sigma\mu}$  присваивается значение соответствующей примыкающей  $\Gamma_{sv}$ , также получаемой из предыдущего расчетного шага. Для стационарных задач вихревые отрезки на кромке взаимно уничтожают друг друга. В этом случае ближайшей к кромке оказывается расчетная точка  $T_v$ , что и соответствует условию Чаплыгина - Жуковского в методе дискретных вихрей. Граничные условия на пелене  $\sigma$ , как обычно, удовлетворяются тем, что вихревые отрезки перемещаются с местной скоростью жидких частиц.

#### Особенности методики расчетов

Применение замкнутых вихревых рамок для моделирования вихревых поверхностей позволяет функционально разделить вихревые схемы тела и пелены на отдельные модули.

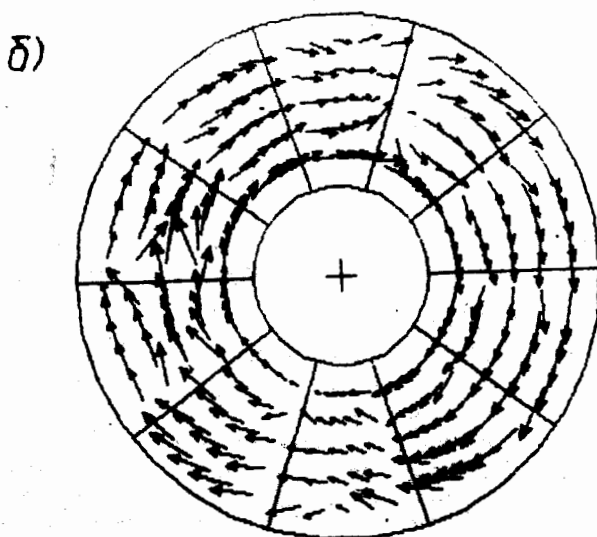
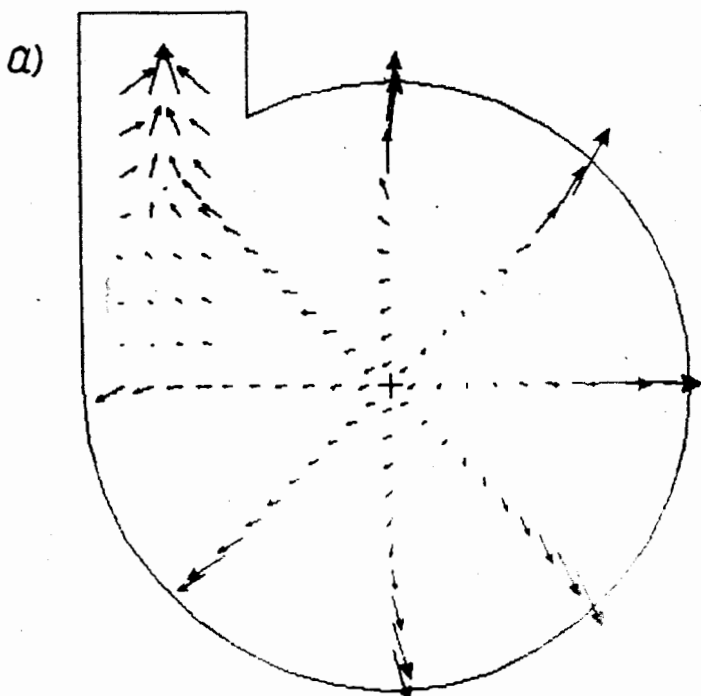
Вихревая схема тела представляет собой независимый модуль, который является универсальным при решении стационарных и нестационарных задач.

При этом, поскольку функционально независимыми являются и отдельные замкнутые вихревые рамки, единым подходом можно схематизировать любую комбинацию тел. Необходимо лишь иметь в виду следующую особенность схематизации замкнутых тел: при составлении матрицы  $W_s$  одна из вихревых рамок выбрасывается (ее циркуляция полагается равной нулю), но соответствующая расчетная точка сохраняется. Получающаяся переопределенная система (11) решается с введением регуляризирующей переменной [2]. Единственность решения системы при этом сохраняется.

#### Примеры расчета

По изложенному выше алгоритму и приведенным формулам на ЭВМ типа Labtam Delta-2 выполнен расчет поля скоростей в проточной части свободновихревого насоса с рабочим колесом, имеющим 10 радиальнорасположенных лопастей при следующих граничных условиях: число оборотов  $n = 500$  об/мин, скорость во входном и выходном патрубках -  $V_{вх} = 1$  м/с,  $V_{вых} = 1$  м/с. Принятая в расчете бесконечнотонкая лопасть моделировалась 9 рамками, а поверхность основного диска - 160. На поверхности свободной камеры принято 250 расчетных точек, в том числе во входном 10 и в выходном сечении 6. Общее число расчетных точек на поверхности проточной части равно 881. Общее время решения задачи и расчета поля скоростей в данном примере составило 6,5 часов. Примеры расчетного векторного поля скоростей показаны на рис. 2 и 3.

Полученные результаты численных расчетов и их анализ в целом характеризуют работоспособность разработанной программы и действительную картину течения в проточной части.



**Рис. 2. Векторное поле скоростей а) абсолютных в плоскости  $z = 0.0$ ; б) относительных в плоскости  $z = 0.05$ .**

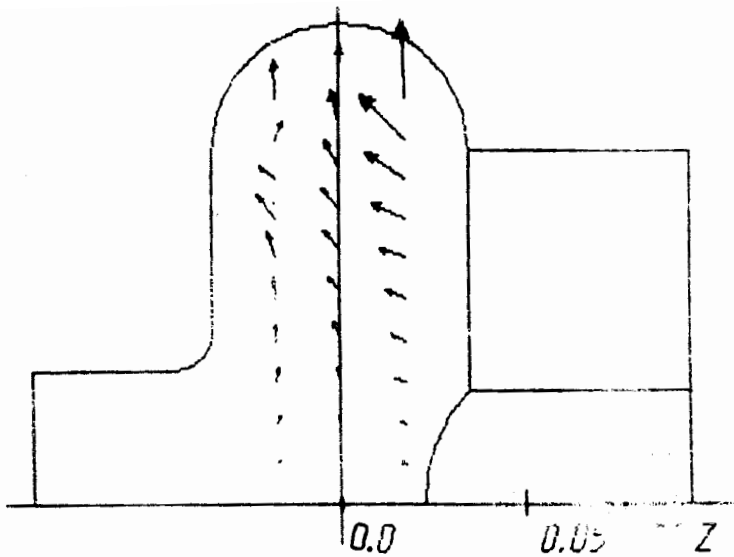


Рис.3. Векторное поле меридианных скоростей в плоскости  $\varphi = 135^\circ$

#### SUMMARY

The using solution algorithm of threedimensional fluid flow in hydrodynamic machine with using mutual influence of all elements by method of discrete hydrodynamic singularities with using hydrodynamic closed whirlwind systems was realized by computers. The given results of numerical calculation will allow more reliably and operatively to value in limits of customary flow model hydrodynamic parametrs of hydrolic machine and to promote their improvement.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.Д.Косторной и др. Моделирование течения жидкости в проточной части гидравлической турбины. // Гидравл.машины. 1990.Вып.24.С.10-16.
2. С.М.Белоцерковский, И.К.Лифанов. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. // М.: Наука. 1985. 256 с.

Поступила в редколлегию 13 апреля 1994 г.

УДК 621.224

## РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА ЗА РЕШЕТКОЙ ПРОФИЛЕЙ ПРЕДВКЛЮЧЕННОГО РАБОЧЕГО КОЛЕСА НАСОСА

Косторной С.Д.

В некоторых конструктивных схемах насосов с целью улучшения их кавитационных характеристик применяют предвключенное рабочее колесо (р.к.),лопасть которого выполняется с уступом. Вследствие шаговой неравномерности потока в р.к., кромочных следов за лопастями, вихреобразования на лопастях основного р.к. возможны значительные динамические нагрузки. Из [1] известно, что в осевом компрессоре при увеличении осевого зазора в два раза возмущающие силы на лопатках направляющего аппарата (н.а.) и р.к. уменьшаются примерно в два раза, причем, уровень нестационарности на лопатках н.а. в три раза